# ECOVER – Sol

***Định nghĩa 1:*** *Hai cung (a, b) và (c, d) được gọi là đọc lập nếu chúng không tồn tại đường đi qua cung (a, b) rồi qua cung (c, d) và ngược lại.*

***Định lý 1:*** *Lời giải của bài ECOVER chính là tìm tập cung lớn nhất độc lập với nhau.*

***Định nghĩa 2:*** *Hai cung được gọi kề nhau nếu hai cung độc lập và đoạn thắng bất kỳ nối hai điểm trên hai cung không cắt một cung nào khác.*

***Định lý 2:****Tập cung lớn nhất độc lập với nhau có thể sắp một dãy các cung có thứ tự sao cho hai cung liền kề nhau thì kề nhau.*

*Chứng minh:* Rõ ràng, trong đồ thị phẳng chúng ta có thể chia mặt phẳng ra thành các vùng diện tích (nhưng trong hình vẽ dưới sẽ chia thành 5 vùng diện tích khác nhau).

Xét đường đi từ phần diện tích dưới đến phần diện tích trên mà chúng ta chỉ đi qua các cung nằm trên tập lớn nhất này. Nếu một thời điền nào đó chúng ta không thể đi tiếp => tập cung lớn nhất đó tạo ra thành hai tập hoàn toàn độc lập với nhau.

Suy ra, có thể thêm một cung vào tập đó mà vẫn giữ được tính độc lập => Phản chứng.

Vậy tập độc lớp lớn nhất đó là dãy các cung kề nhau nằm trên đường đi từ phần diện tích dưới đến phần diện tích trên.



Từ chứng mình định lý 2, ta có:

***Định lý 3:*** *Tập cung lớn nhất là tập các cung nhiều nhất nằm trên một đường đi từ phần diện tích dưới đến phần dịch tích trên.*

Từ các định lý ra sẽ ra lời giải:

* Duyệt theo chiều sâu DFS.
* Nếu tại một thời điểm có thể đến một đỉnh đã thăm rồi suy ra tạo thành một dãy các cung kề với một dãy các cung đã thăm trước đó.



* Gọi hàm f của một cung là số cung kề lớn nhất đi từ phần diện tích dưới đến cung đó. Truy vết max f của các cung đã thăm và gán giá trị. Gọi số này là maxc.
* Gán f dãy cung mới tìm được bằng maxc + 1.
* Kết quả là max(f).



Độ phức tạp: Vì mỗi cung chỉ DFS 1 lần, truy vết 1 lần và gán giá trị f một lần => Độ phức tạp của bài này là O(M+N).